

## 雷・スプライトによる対流圏から電離圏までの結合-理論

[ 講演: 平木康隆 (京都大学エネルギー科学研究科) ]



京都大学エネルギー科学研究科 平木康隆

### 1 雷・スプライトにおける結合とは?

本講演の依頼を受けたのは、筆者がちょうど “磁気圏電離圏結合” のモデルを構想し始めたこともあり、“結合” とは何かというのを考えてみたくなったからだ。結合といったときに意図されるのは、系と系の接触 (contact)、あるいは、ものとも (場でもよい) との相互作用 (interaction) であろう<sup>\*1</sup>。しかし、今日使われる “結合” には単にある領域から別な領域への一方的なエネルギーや物質の輸送を意味する場合があります、我々の雷とスプライトにおけるものもそれである<sup>\*2</sup>。我々が興味ある対象を説明するレベルでは、この理解で事足りてしまうのだ。この原因は、雷のいる対流圏とスプライトのいる下部電離圏が独立に太陽光という圧倒的な熱浴と接していることと、中性粒子の圧倒的な気圧差のせいで磁力線や電磁場を介したやりとりが互いの系においてマクロレベルま

で浮上してこないことにある。

しかしながら、全く悲観することではなく、面白くて未解決な問題は雷・スプライトの系にたくさん残っていると考えて頂きたい。その中でも、筆者が興味をもち深く関わっている問題を、以下の章でなるべく詳しく紹介したい。未解決な点をはじめに列挙しておく、(1) 発生条件の制御: 雷からスプライトへ、発生条件を支配するパラメータは何か (2 章)、(2) 構造形成の物理: カラム型やキャロット型などの形の違いを支配しているものは何か (3 章)、(3) 集団現象・発達限界: 密集した放電路同士の相互作用はあるか、スプライトの上下端の発達限界は何で決まるか (2, 3 章)、(4) グローバルな価値: 雷-スプライトの鉛直結合とスプライトの水平結合の関連はあるか、相転移の可能性 (4 章)、といったところである。

### 2 雷パラメータによるスプライトの発生条件の規定

ここでは、なぜ雷放電に伴ってスプライトが発生するのかを考えてみたい。これは電磁場の結合というより、静電場の生成というシンプルな理屈だけで説明できてしまうのだ。さらに重要なことは、その理屈が測定可能なパラメータを含んで構成されており、実際に観測事実と十分整合する点である<sup>\*3</sup>。なるべく直感的な説明を心がけ、後半

平成 19 年度 MTI 研究会 サイエンスセッション

© Mesosphere Thermosphere Ionosphere (MTI) Research Group, Japan

<sup>\*1</sup> 接触は、敷居をはずされた熱力学系をイメージしても、磁力線を介して “弱く” 接触している (場の量をやりとりしている) 磁気圏と電離圏でもよい。相互作用は、プラズマと中性粒子の衝突や化学反応でよい。

<sup>\*2</sup> こういう価値観が悪いと言っているわけではなく、世の中がそれだけ安定だと言っているのである。例えば、電子が多少オーロラを光らせたりイオンが多少流出したりしても、電離圏の本質的状态は大きく変わらない。変わってしまうほど強く接触しては、やがて磁気圏と区別がつかなくなるだろう (この可能性も否定できないが)。しかし、マイクロ過程に起因した永年項のようにスケール間を “つなげて” しまうややこしい相互作用が存在することは補足しておきたい。

<sup>\*3</sup> 余すところなく整合する必要はない。なぜなら、理論の主目的は、本質だけをうまく抽出することにあるのだから。

で数式を用いて記述する。観測との対応、個人的な疑問点などは随所ではさむことにする。

筆者が今でもよく覚えているのは、あるアマチュア天文家の方が述べた「雷雲の蓄えていたエネルギーが放出されて発生するのに、なぜ上から下に伝播する”ものもある”のだろう」という言葉である。この注目に値する疑問は、物質主義の立場にたったものである。我々は”場”の概念を真剣に考えないといけない。つまり、雷雲に電荷が生まれれば（そして地面が導体であることを認めれば）、ほぼ瞬時に（遠方で）距離の三乗で減衰する電場が存在する。そして、スプライトは”余すところなく上から下にしか”発達しない。確かに、”ほぼ瞬時に存在する”というのは言い過ぎであり、静電場ができるには電磁波が少なくとも一回そこを通過する必要がある；電磁波が下部電離圏に到達するにも 200  $\mu$ s 程度かかる。しかし、これはトリガとなる雷放電の継続時間が極めて 0 に近いときである。実際は、大量の電荷が消費されるためには、1 ms 程度必要とされる<sup>\*4</sup>。従って、我々が注目する場は、雷の時間スケールと比べるなら、瞬間的に存在するとみなしてもよさそうだ。上から開始することを説明する上で、もう一つ重要な事実がある。それは、中性大気が成層し、その密度がほぼあるスケールで exponential に減衰している点である。自明なことだが、このため、太陽紫外線による光イオン化は上空でしか起こらないし、80 km 以下では電子は分子に付着してしまう。さらに、そのような状況下では、電子が加速を受けて、分子をイオン化させるエネルギーを得るのに必要な電場は上空ほど小さくてよい。雷雲中に電荷ができれば、その瞬間に（上空ほどたくさんある）自由電子が大気を電離させ、雷雲から大きく隔たった高度に突然スプライトの種を作るだろう。しかしこれだけでは、”なぜ下に発達するか”という点をまだ説明できていない。これは、”なぜ雷放電が起こった直後にしか観測されないのか<sup>\*5</sup>”という疑問とも関連している。

<sup>\*4</sup>例として、雷のステップリーダの速度は  $\approx 10^7$  m/s で、10 km 進むのにも 1 ms かかる。

<sup>\*5</sup>起こらない、とほぼ同義だと捉えて頂きたい。

この辺から数式を持ち出した方がわかりやすい。まず、上で述べたまどろっこしい文章を数式で表す。大気の電離により電子が増幅する基準となる絶縁破壊電場は  $E_k \sim N = e^{-z/H_n}$  とかける<sup>\*6</sup>； $N, H_n$ ：中性大気密度とスケールハイト、 $z$ ：高度。この電場が高度の指数関数で急激に減少するのに対し、雷雲中の点電荷が作る電場は高度の三乗で緩やかに減少するので、ある高度（ちょうど中間圏界面付近）で必ず交わり、そこで放電が生じる（図 1 参照）。ここで必要なのは、大気がわずかながら電離しているという点である。つまり、電場が外からかかったときに、ある程度の時間でそれを打ち消すような分極が生じ、ほぼ 0 にまで遮蔽してしまう<sup>\*7</sup>。定常状態で鉛直一次元を考えると、電場は

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\sigma E) = 0 \rightarrow E \sim \sigma^{-1}$$

となる。この  $\sigma$  は電気伝導度を表し、十分上空では  $\sigma \approx \sigma_e \sim e^{(1/H_e + 1/H_n)z}$  とかける（詳しくは 4 章 (5) 式参照）。つまり、電場は高度と共に強烈に減衰した分布になる。このため幸いなことに、雷雲があるだけではスプライトが発生するという不安定な状況にはならないのだ。なぜなら、雷雲が電荷を作る時間は上空で”ふたをする”時間に比べれば十分大きいからである。では、なぜ雷放電の直後になるか。ここで、上の式を別な表記でかくと、

$$E \sim \frac{H}{z^3} (1 - 1) + \mathcal{O}(\varepsilon) \quad (1)$$

とみることができる； $H$  は電気双極子モーメント。つまり、完全な真空中なら雷雲電荷による第一項だけだが、上の遮蔽効果により第二項ができて、 $\sim \sigma^{-1} \sim \mathcal{O}(\varepsilon)$  程度の弱い場（第三項）だけが残る；第二、三項が大気中の電荷が作る場を表す。

<sup>\*6</sup> $\sim$  は比例関係を表す。ここで、比例定数は地上での値  $E_{k0}/N_0$  である。中性大気の構成成分が何であるかにより、この値は数倍程度異なる；例えば、希ガスは電離しにくいなど。偶然にも 100 km 以下では、 $N_2:O_2 = 8:2$  というのは覆らないので、定数としてよい。ちなみに、この電場が気体密度に比例するのは、電子の平均自由行程  $(N\sigma)^{-1}$  に由来する。

<sup>\*7</sup>感覚的にはデバイ遮蔽に近いが、プラズマの温度がスケールを支配するわけではない点が違う。

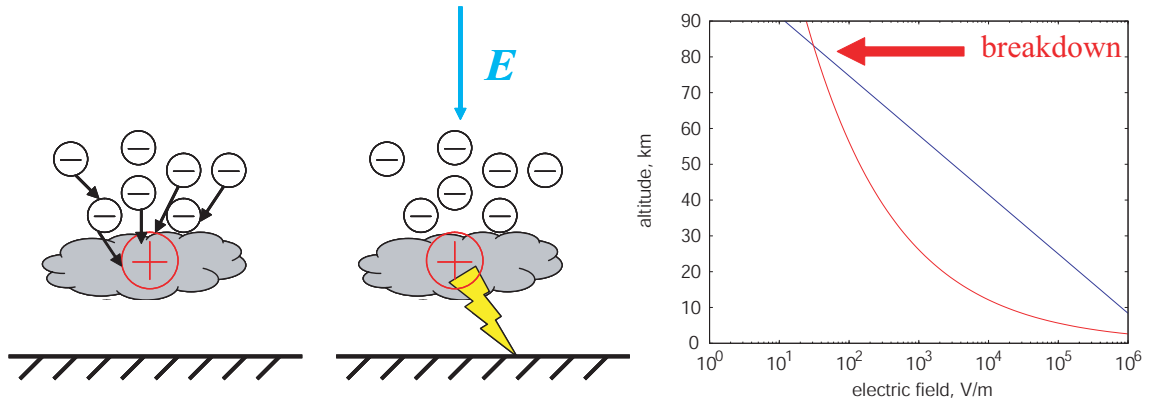


図 1: スプライトの要因となる電場が生成するメカニズム。雷雲中に (正) 電荷があるだけでは、分極 (負電荷) が生じるため、上空に大きな電場は存在できない。しかし、雷放電により正電荷が取り除かれると、その近傍に集まっていた大気電荷により、上空に大きな電場  $E$  ができる (左図)。この電場はほぼ高度の 3 乗で減衰するが、放電の指標となる絶縁破壊電場に比べると緩やかなため、ある高度から放電が開始する (右図)。

雷放電とは、基本的に雷雲内部の電荷が除去される過程なので、第一項はある時間スケール  $T$  でなくなる。すると、過渡的にではあるが、強烈な  $-1$  の場 (第二項) が残る。これは上空の電子にとってみれば (第一項と同程度に) 強い場となるため、スプライトの源になると言える\*<sup>8</sup>。

しかし、まだおしまいではなくて、先ほど “過渡的” と述べた点を考察する必要がある。雷放電時間も有限であるため、その最中にも高高度から徐々に電場の遮蔽が起きてしまう。上の電荷保存式の消滅項から、この遮蔽の時間スケールは  $\epsilon_0/\sigma$  である。雷放電時間  $T$  が大きすぎると新しい電場も遮蔽され、スプライトは発生できなくなる (本も子もなくなる) だろう。つまり、 $T \approx \epsilon_0/\sigma$  の関係を満たす高度より上空では、強い電場がなくなるはずだ。一方で、上記の第二項が  $H$  に比例するため、 $H$  を適度に (現実的な範囲で) 大きくすると、現実的な高度で必ず  $E > E_k$  となり放電を起こせそう (図 2 参照)。この放電を起こせるか起こせないかの臨界点において、 $T \sim \epsilon_0/\sigma \sim e^{-(1/H_e+1/H_n)z}$ ,  $H \sim E_k \sim e^{-z/H_n}$ ,

\*<sup>8</sup>あまりうまい例えではないが、ぐつぐつ煮えた鍋にふたがしてあって、その中身を瞬時に食い尽くしてやると、その上側の水蒸気がぐつぐつ煮え始めた、といった感じだろう。

すなわち、

$$T \sim H^{(H_e+H_n)/H_e} \quad (2)$$

の関係が成り立つ。この関係式は、雷パラメータをどのように選べばスプライトが発生するかの目安になっている。さらに重要なのは、それらのパラメータが測定可能であるということだ。 $H_e$  (夜間),  $H_n$  はそれほど大きく変化しない ( $(H_e + H_n)/H_e \approx 2-3$ ) ので、再現性もよいように思える。ともかく、大気中のプラズマの遮蔽効果は、スプライトの発生が雷の直後に限定され、かつ、電場がすでに存在しない上方に発達できない要因と言える; この事実が逆に上の理屈を支えている。また、以下の時間スケールの安定性に支えられていると言える。

$$T_{em}, T_{el} \ll T \sim \epsilon_0/\sigma(z_{cr}) \ll T_{th}$$

$T_{em}$  は電磁波の伝播するスケール、 $T_{el}$  は局所的な電子の応答する (エネルギー分布の緩和や電子なだれの成長\*<sup>9</sup>) スケール、 $T_{th}$  は雷雲内部での電荷生成のスケール、 $z_{cr}$  はスプライトが開始す

\*<sup>9</sup>微妙な指摘を以前に受けたことがある。我々はこちらで終始、絶縁破壊電場より大きい電場がかかれば必ずスプライトが発生するという前提で議論を行った。しかし、そういう電場がかかったとしても、電子増幅が成長する前に電場が遮蔽されれば、大きな放電に至れないのではないかと。幸運なことに、高度 90 km 以下では  $T_{el} \ll \epsilon_0/\sigma$  の仮定は

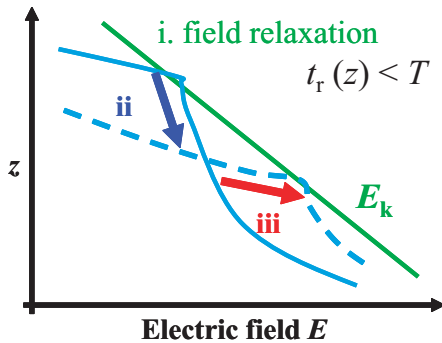


図 2: スプライト発生時の臨界レベル。適当に雷放電の電荷モーメント  $H$  と放電時間  $T$  を選んだときの電場（水色の実線と点線）と絶縁破壊電場（緑）の高度分布を表す。前者は、大気電荷による遮蔽を受け、 $\epsilon_0/\sigma(z) < T$  の高度で強烈に減衰する (i)。実線の例に比べ、 $T$  を大きくすれば ii のように変位するが、同時に  $H$  を大きくしてやれば (iii) 少し低い高度で絶縁破壊を起こせる。

る常識的高度 (70–90 km) である。このような神秘的な偶然を地球大気は許容したのだ。他の惑星でも同様な環境が実現可能かどうかを検討するのは、未来への課題にしたい。

### 観測事実との対応

最後に、以上の考察で得られた関係式がどのような観測を説明し、同時にそれらに支えられているかを述べて、この章を終わりにしたい。

まずは、スプライトが主に対地性かつ正極性雷に伴って発生する事例が大変多い点である。これは雷雲内部の電荷分布によるもので、正電荷は（氷の物性のため）高高度に多く存在すると言われている。また、詳しくはわからないが、正電荷の方が一回の放電で大量に消費されるようだ。この場合スプライトが発生しやすいのは、電荷モーメント  $H$  が大きい（大きな電場が作られる）からである。上でも述べたように、雷放電の際に発生する電波を観測することによって  $H$  が測定でき

十分妥当である。本音では、このような “ぎりぎりの世界” を測定する分解能を我々がもち得ないことに助けられているとも言えるが。

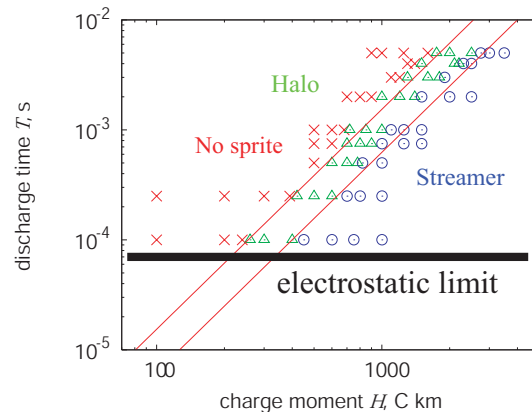


図 3: 雷パラメータである電荷モーメント  $H$  と放電時間  $T$  に対するスプライトの発生条件。二つの赤い直線は (2) 式を表す；適当に比例係数を選んで（一方がヘイローの、他方がストリーマ構造の発生基準値）。 $T \approx 100 \mu\text{s}$  は静電近似のリミットを表し、それと赤線の交点付近の  $H$  が測定最小値とよく対応している。この図が 4 章の研究のベースにもなっている。

る。精度のよい解析で測定されたこの最小値 (e.g. Cummer and Lyons, 2005) は 400–600 C km 程度であり、本章の理屈で説明できるものであった (Hiraki and Fukunishi, 2006, 図 3 参照)。大気中の電荷による遮蔽効果がない場合でも  $H \approx 100 \text{ C km}$  程度であるので、これより小さい値にはならないはずだ\*10。

次に、(2) 式  $T \sim H^2$  が意味するのは、放電時間  $T$  が大きくなるほど、より大きな電荷を消費しないとスプライトは発生しないということである。「 $T$  が大きいほど、より多くの電荷を消費できる」と誤解しないで頂きたい；あくまで電気伝導性という電離圏の応答で物事が決まっているのだ。この関係は、過去の観測でスプライトの発生 (detect) 確率が  $H$  により相関を示す事実により、裏付けられている。補足: 大きい  $H$  のとき、より広範な  $T$  に対して発生できる。上の「」の点は、他の重要な仮説を導く。これまでの観測で、スプライトは主に return stroke と呼ばれる時定数の短い (1 ms 程度) 過程に伴うものと、それに後続

\*10 しかし、「在りうる、理論がおかしい」と言う物好きな人が世の中にいるのも事実だ。

する continuing current (up to 100 ms) に伴うものが見つかっている。後者の解釈として、弱いながらも電流が流れ続けるため、そのうち電荷モーメントが臨界レベルに達して発生するという人もいる。しかしこれまで見たように、上空からかなりの強さで "ふた" をされているので、如何に長時間弱い電流を流しても、無理なものは無理である。実際はそうではなく、弱い電流の中にパルス的な強い成分 (古くから M-component として知られる) が存在し、それをトリガとして発生していると考えべきである。この予想は、Ohkubo et al. (2005) によって実証されている。理論の勝利といえないだろうか。

### 3 現象論的に理解するスプライトの構造形成

前章の研究は、スプライトが発生するかしないかを雷パラメータにより判断するものであった。しかしそれだけでは、開始した放電がどのような形を作りどこまで発達できるかを見る上で、完全だと言えない (確かに、絶縁破壊と分子励起・光放射の臨界点は異なるので、上の理屈でも構造ができるかできないかを判断することはできる)。ここでは、この現象における最大の未解決問題である「カラムやキャロットなどの形がどのように作られるか、何がそれらを隔てるのか」を解明する糸口を探ってみたい。では、上で求めた雷電場の議論がこの問題と全く関係ないかということ、そうでもない。放電とは一般に外から与えられた電場の中を走っていくものだから、その空間分布が形に影響を与えるのは明らかであろう<sup>\*11</sup>。スプライトは、下方に伝播するにつれてどんどん枝分れた微細構造を形成するが、これはある程度自身の非線型性によるもので、確率論的な扱いが必要かもしれない (e.g. Pasko et al., 2000; Hayakawa

<sup>\*11</sup>構造とは一般に、強烈なエネルギー入力 (それによる非線型効果の表面化) と広義な意味での散逸との釣合いにより形成される。今の場合、その入力に対応するものが、雷電場である。

et al., 2007)。しかし、もう少し "荒い" スケールのダイナミクスを見る上では、決定論・現象論的なアプローチが可能だと思われる<sup>\*12</sup>。筆者はこれまでの研究で、以上の二点 (現象論と雷電場依存論) に基づいて考察を進める中で、カラム-キャロットモデルの仮説を打ち立てることができた。ここでは、この内容を詳しく紹介したい。

筆者が最も刺激を受けた観測結果は、アラスカ大等による 1ms 分解能の CCD 高速撮像である (Moudry et al., 2003; Cummer et al., 2006, 図 4 参照)。この結果の最大の貢献は、カラム型とキャロット型のスプライトが依存関係にあることを明らかにした点である。まず、捕えられたダイナミクスの特徴について、(当然モデル化のために) 縮約して大まかな点だけを述べたい。彼らの画像から、まず太い枝状の放電 (main branch と呼ぼう) が下方に発達し、次いで、その下部に多数に分岐した細い枝 (tendrils と呼ばれる) が発達することがわかる。その後、main branch はその体積を拡大させるとともに、発光も大きくなる。tendrils もさらに下へ発達し、ある程度のところで停止する; その過程でくっついたり離れたりしたところで、ビーズ (bead) 状の強い発光が長時間みられることもわかっている。一方で、両者の遷移領域付近から、新たに生成した枝 (second branch) が上向きに発達しているのもわかる。これは高度 90 km (ちょうど電場が緩和される高度) 付近まで発達し、形状が散漫になり停止する (leaf と呼ばれる)。以上の一連の過程の時間スケールは、およそ 5 ms 程度である。ダイナミクスの要点は、main branch → (i) main branch の拡張 & second branch の生成、(ii) tendrils の生成、とすることができる。

(i), (ii) の過程を端的に述べるならば、波の反射と透過であろう。この着想が現象論的モデルの構想の始まりとなり、同時に "ソリトンだろう" という直感が生まれた。これは筆者の経験によるところが大きいですが、放電のベースとなるストリー

<sup>\*12</sup>これは確信があるというより、単に "世の中シンプルに理解できるはずだ" という直感に基づく。



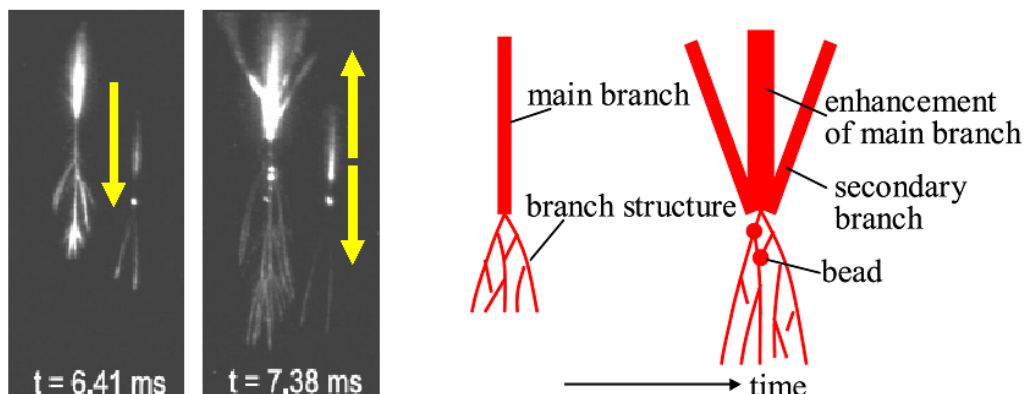


図 4: スプライトの構造形成。左図は、CCD カメラで撮られた時間発展を示す (Cummer et al., 2006)。まず、main branch が下方に発達し、ある高度で分岐した構造をもつ tendrils に遷移する。次に、main branch, tendrils の拡大と secondary branch, bead の形成が起こる。

マの先端部分を「強い分極電場の孤立波」とみなせそうだと、という考察による。これらの点に基づいて他分野を調査すると、類似した現象が水理学や交通流の研究に見つかった；一例として、浅瀬を駆け上がる津波がある。現状では、これらをヒントに定式化を図っている段階であるが、まだ成功していない<sup>\*13</sup>。以下では、これらの現象と上記のスプライトのダイナミクスがどのように対応するか、またなぜ非線型波動を持ち出す必要があるかについて考えてみたい。

浅瀬に向う浅水波ソリトンの反射・透過の問題との類似性をみる。波がどんどん浅瀬に向かって伝播し、自身の波高に対して水の深さが“深くない”と感じ始めると、波の一部はさらに透過していくものの一部は反射するということが起る。ある種の屈折率の変化を波が感じた結果と捉えられる。今、これを放電の伝播とみると、波高は先端部分の分極電場（あるいは電子密度勾配）、水の深さは背景に印加される雷電場に対応するとみなせそうである。これで透過反射モデルのお膳立てはほぼ完成した。まず、main branch を（初期条件の違いにより）ある程度位相のずれたストリーマの集団からなる（個々の波に比べて）スケールの

<sup>\*13</sup> アナロジーはつかめても、そこから数理のレベルに一歩踏み込むのは難しい。しかし、このフェーズの思索は楽しい。

大きい包絡波と捉える。個々の波の波高を増大させる過程は、電離に伴う局所的な電子の供給である。前にみたように、雷電場 ( $\sim H/z^3$ ) はもともと絶縁破壊電場 ( $\sim \exp(-z/H_n)$ ) に対して勾配をもっており、これを“水深変化”と考えよう。従って、main branch は勾配を感じながら発達し、あるところでその一部の波を反射してしまう、と考えてよさそうである。しかし、まだ二つ問題がある。一つは、何がその勾配を大きく変化させるか；あるイベントではカラムで止まり、別な場合キャロットになるという事実から、それは外的な条件で決まっているはずだ。もう一つは、“反射する一部の波”とは具体的に何なのかであるが、これは後ほど議論する。ここで、もう一つ飛躍的仮説が必要である。それは、雷放電の際に消費される電荷の水平スケールが大きな“水深変化”をもたらすかもしれない、というものである。なぜ水平かというと、雷雲のスケールは鉛直方向に高々 10 km 程度であるのに対して、水平方向には数百 km に及ぶものもあるからである。また、生成する電場分布はほぼ消費電荷を真空中においた分布と等しい（(1) 式参照）ことから、水平方向に広範な領域で電荷消費がなされた場合、それは  $z^3$  より緩やかに減衰するはずだ<sup>\*14</sup>。従って、カラム、キャ

<sup>\*14</sup> 静電力学の基礎参照。上空に伝導性があるので、こんな

ロットの違いは親玉である雷放電の水平スケールに基づく、という仮説が立てられた。我々の考察の重要な点は、(原理的に観測不可能な)電場分布がどうなっているかを知ることなく、理論を構成した点である。今日においてVHF帯の電波放射測定により、雷放電の水平スケールを推測することができる。実際、雲内活動が活発なときにカラムに比べキャロットが発生しやすいという結果も得られている(van der Velde et al., 2006)。また、東北大や(注目すべきことに)高校生らの観測による「日本海側でカラム型が多く、太平洋側ではキャロット型が多い」という標語的な結果も重要なヒントになると思われる。

最後に、なぜ非線型波動を持ち出す必要があるかを述べたい。一言で言えば、波のスケール間相互作用により反射が起こると考えられるからである。大域的な電場の勾配が緩やかなとき、main branchを構成する個々のストリーマは、それを感じずにただ下方に透過するだけである。しかし、この勾配がある程度急になったとき、全体を構成する包絡波がこの勾配を感じ、その影響が非線型相互作用を通して個々のストリーマに伝わりその一部を反射させる、と考えることができる。最終的にできあがるカラムの長さは、この相互作用の成長率にとってちょうどよい位相をもつ包絡波が形成されるまでのスケールを表すとみなせそう。あとは以上の仮説を定式化すれば、スプライト最大の問題に迫れるのではないかと考えている。発展的課題として、main branch方向に伝播する反射波とsecond branch方向の波の割合が何で決まるか、また、透過するtendrilsの発達限界は従来の放電の知見で説明できるものか<sup>\*15</sup>、の二点が挙げられる。以上のように、一見ここでも理論の勝利と思われるが、批判的な立場からすると「単にmain branch-tendrils 遷移より上空に電場が存在し、逆極性のストリーマが発達しただけ

理想的な電場分布になるはずがない、という反論があるかもしれない。しかし、現実の系はある程度大雑把な電場解析でも理解できる安定した構造をもっていると思いたい。

<sup>\*15</sup>筆者の見積もりによると、背景電場で予測される限界より10 km近く下方まで発達しており、ストリーマ同士の相互作用が関係してくれば興味深い問題であろう。

ではないか」という主張が可能であることを補足しておきたい<sup>\*16</sup>。

従来の研究との対応でもう一点だけ考察しておきたい。それは、雷放射電波がカラムの発生・発達に本質的な影響を果たしているか、という問題である。時間スケールから考えて電波が重要なのは、main branchが観測されるレベルに成長するまでであろう。筆者は、このフェーズですらそれほど主要な役割を果たしていないと考えている。なぜなら、ストリーマが下方に発達するためにはどちらにしろ静電場が必須だからである。確かに観測では、ヘイローの縁の部分からリング状に並んでカラムが発生する事例が見られ、電波起源のエルブスを思わせる。しかし、ヘイローの縁の部分では強いイオン化が進行し、いち早くストリーマが成長しただけだと考えて何の不都合があろう。ちなみに、ここでいう電波とは、一つの雷放電で放射される一波長程度のものを考えている。ある位置を通過する時間スケールは数十マイクロ秒程度で、放電が駆動されるまでの時間スケールに比べて圧倒的に小さい点も補足したい。しかしながら、局所的な電子密度ゆらぎが測定レベルの放電に至るまでにどのような秩序があるかというのは、大変興味深い問題である。

## 4 相転移でみるスプライトの構造遷移

先にみたように、スプライトは局所的な電子なだれ状態によるヘイローとプラズマの分極電場により駆動されるストリーマ(カラムやキャロット)に分けられる。また、雷起源の電場がかかったにも関わらず、電子を十分<sup>\*17</sup>加速できずに何も無い場合もある(図3と5参照)。これらを孤立した平衡状態とみなすと、その状態間遷移は雷パラメータを「熱力学」変数とする相転移現象と捉えるこ

<sup>\*16</sup>実際のところ「上空に電場が存在すればよい」という説を完全に否定することはできない。波の反射だったら面白い、という筆者の固執した先入観によるところが大きい。

<sup>\*17</sup>観測可能な光を出すのに十分な。

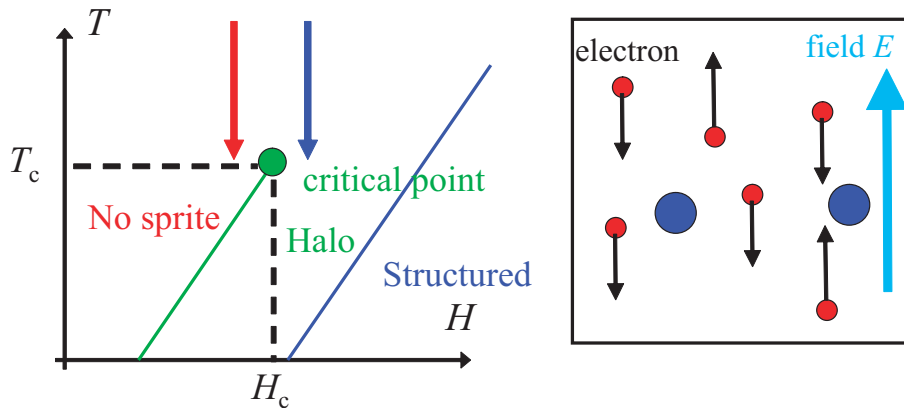


図 5: 雷パラメータによるスプライトの形状の分類と相転移の可能性。緑線左側では、発光を起こす程度に電子が加速されず、何も起こらない (No sprite)。緑と青の間では、電子ただれが十分進行しないまでも、観測される規模の発光が生じる (Halo); その右側では、ストリーマ構造の形成に至る (Structured)。青線左側では電子の酸素分子付着が進行し、大きな  $T \geq T_{cr}$  に対して  $n_e \rightarrow 0$  となるため、Halo が発生できなくなる (critical point)。この近傍では、反電場方向に運動する電子の総数が大きく変化し、相転移が起こることが期待される (右図)。大きい球は電子の衝突相手である中性粒子を表す。

とができるかもしれない。この場合、相転移の指標になる秩序パラメータとして発光強度  $m$  を選ぶならば、(i) スプライトがない場合、 $m = 0$ 、(ii) ヘイローと (iii) ストリーマ構造では  $m \neq 0$  となる。また、これまでの理論的な考察により、 $m$  は雷パラメータである電荷モーメント  $H$  と放電時間  $T$  に依存するとしよう<sup>\*18</sup>。

このような前提で、以下では著者が現在までに行った解析 (めいたもの) について紹介したい。目標は、臨界点  $(T_{cr}, H_{cr})$  近傍で何も無い状態  $(T > T_{cr}, H > H_{cr})$  からヘイローの状態に向けて  $T \rightarrow T_{cr}$  としたとき、発光強度  $m$  が  $T$  の何次のオーダーで発散するかを示す "臨界指数" を導出し、それを相転移を示す他の物質の値と比較することである。さらに、ヘルムホルツの自由エネルギーの導出を試み、世界規模で発生するスプライトを特徴づける関数として活用することを目指している。

では、主に静電力学だけの知識を仮定して、発

<sup>\*18</sup>磁性体を意識して、表記をわざと磁化  $m$ 、磁場  $H$ 、温度  $T$  に対応するようにとった。また、ストリーマ構造を議論する場合、さらなる変数として、雷雲電荷の水平スケールなども持ち出さないといけない。

光強度  $m$  を直接導出してみよう。ヘイローの形状は本来楕円形であるが、下端上端の高度をそれぞれ  $z_{1,2}$  とし、半径  $r_1$  とする円柱状であるとみなす; 雷雲の消費点電荷のある高度と水平位置を基準点にとり、これらを定義する (図 6 参照)。 $z_1$  は、この消費電荷により生成する電場と絶縁破壊電場との交点と考えられる。 $z_2$  は、さらに上空において、放電時間  $T$  がその高度の電場の緩和時間と等しくなる位置に対応するとみなせる<sup>\*19</sup>。まず、雷電場はある位置  $(r, z)$  において

$$E = \frac{H}{2\pi\epsilon_0} \frac{\sqrt{1+3\cos^2\theta}}{(z^2+r^2)^{3/2}} = \frac{H}{2\pi\epsilon_0} \frac{\sqrt{4z^2+r^2}}{(z^2+r^2)^2} \quad (3)$$

とかける。 $r = 0$  として、上の電場が絶縁破壊電場  $E_k = E_0 e^{-z/H_n}$  に等しいとすると、

$$\begin{aligned} \frac{H}{\pi\epsilon_0 z_1^3} &= E_0 e^{-z_1/H_n} \\ \rightarrow z_1 &\approx -H_n \ln\left(\frac{H}{\pi\epsilon_0 z_{1,0}^3 E_0}\right) \\ \rightarrow z_1 &\approx -\ln H^{H_n} + \text{const} \quad (4) \end{aligned}$$

<sup>\*19</sup>マクロな現象の主要な特性は、ミクロな詳細に影響されないというある種の "くりこみ" の考え方に基づいている。



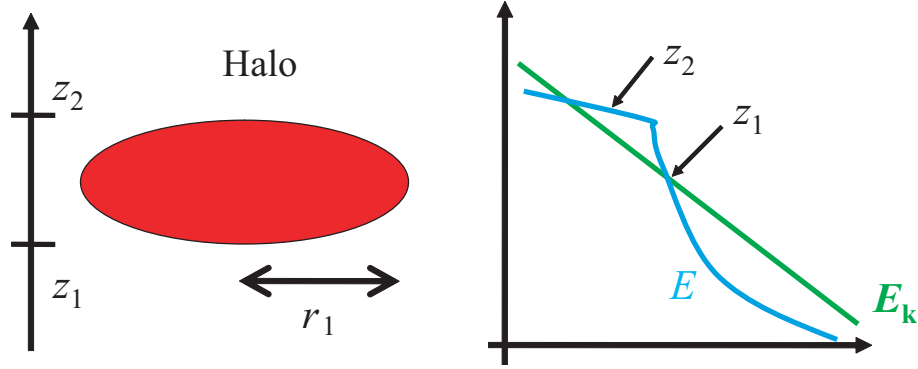


図 6: Halo-No sprite 間の相転移を扱う上でのヘイローの単純モデル。右図は、予想される電場分布  $E$  を表し、絶縁破壊電場  $E_k$  との交点を  $z_1$ 、強く緩和（減衰）するところを  $z_2$  と定義する。それぞれがヘイローの下端、上端に対応すると仮定する。

と求まる。ここで、 $\ln z_1$  の変化は緩やかであると  
して定数とみなした。次に、 $z_2$  は

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_0}{\sigma} = T &\rightarrow en_e(z_2)\mu_e(z_2) = \frac{\varepsilon_0}{T} \\ &\rightarrow z_2 = \frac{H_e H_n}{H_e + H_n} \ln\left(\frac{\varepsilon_0}{\sigma_0 T}\right) \\ &\rightarrow z_2 = -\ln T \frac{H_e H_n}{H_e + H_n} + \text{const} \quad (5) \end{aligned}$$

と求まる。ここで、 $\sigma = en_e\mu_e$  は電気伝導度  
で、対象高度では電子成分が支配的であるとし  
た； $n_e(z) = n_{e0}e^{z/H_e}$ 、 $\mu_e(z) = \mu_{e0}e^{z/H_n}$ \*20。これ  
らより、ヘイローの厚さ  $Z = z_2 - z_1$  は

$$\begin{aligned} Z &= H_n \ln HT^{-\frac{H_e}{H_e + H_n}} + \text{const} \\ &\approx H_n \ln HT^{-\frac{1}{2}} + \text{const} \end{aligned}$$

と表せる； $H_e/(H_e + H_n) \approx 1/2$ 。ここで、 $Z \geq 0$   
には注意しておく必要があるだろう。最後に、 $r_1$   
を求めるわけだが、さらに二つ近似を行う。 $z_2$  は  
ヘイローの上端高度であるとともに、発光強度の  
ピークにも対応している。よって一つ目として、  
ほとんどの発光の寄与がこの付近からくるとみな  
して、 $E(z_2, r) = E_k$  なる位置を  $r_1$  とする。もう  
一つとして、 $r_1^2 \approx z_2^2 \ll 4z_2^2$  という近似を行う。

\*20 第 2 章では注意なく用いたが、易動度  $\mu_e$  は電子の平均  
自由行程に関連するマクロ量である。今の場合、系が中性  
密度  $N \sim e^{-z/H_n}$  に線型であるため、 $\mu_e \sim N^{-1}$  と表され  
る。

しかし、後者はくりこみの立場からしてもあまり  
よくない近似であるのだが。これらの下で、

$$\begin{aligned} \frac{H}{2\pi\varepsilon_0} \frac{\sqrt{4z_2(T)^2 + r_1^2}}{(z_2(T)^2 + r_1^2)^2} &= b(T) \\ b(T) &= E_0 e^{-z_2(T)/H_n} \\ \rightarrow r_1^2 &= \sqrt{\frac{H}{\pi\varepsilon_0} \frac{z_2(T)}{b(T)}} - z_2(T)^2 \quad (6) \end{aligned}$$

と求まる。

このようにしてようやく、発光強度  $m(T, H)$  が

$$\begin{aligned} m(T, H) &= \int_{z_1(H)}^{z_2(T)} k(E/N)n_e N dz \cdot \pi r_1^2 \\ &= \text{const} \cdot r_1(T, H)^2 \int_{z_1(H)}^{z_2(T)} e^{cz - \nu_{\text{att}} T} dz \\ c &= \frac{1}{H_e} - \frac{1}{H_n} \\ &= \text{const} \cdot r_1(T, H)^2 e^{cZ(T, H) - \nu_{\text{att}} T} \quad (7) \end{aligned}$$

と求まる。ここで、 $k(E/N)$  は光放射（励起）係  
数を表し、注目する電場の範囲ではほぼ定数である  
とした。また、念のため、酸素分子への電子付着  
による電子密度の減少分  $e^{-\nu_{\text{att}} T}$  を考慮した；し  
かし、今の場合、十分小さい  $T$  の範囲を議論して  
いるので漸近的に 0 になる項  $o(\varepsilon)$  である\*21。

\*21 (5) 式で  $z_2$  を導くときは暗に無視した。これもマイクロ・

では、長々と計算して求まった発光強度  $m(T, H)$  が、臨界点  $(T_{cr}, H_{cr})$  近傍で不連続になる "臨界現象" がみられるかどうかを考察したい。  $H$  を一定にしたまま、  $T$  を  $T > T_{cr}$  (今の場合、  $T > 0^{*22}$ ) の領域から小さくしていくと、  $z_2 \propto H_n \ln T^{-1/2}$  が発散することがわかる。つまり、

$$T \rightarrow 0 \text{ のとき } e^{cZ} \rightarrow \infty$$

同様に、ある程度大きい  $H$  のところで  $e^{z_2/H_n}$  が  $z_2^2$  より増加率が大きくなるため、  $r_1^2$  も大きくなり、このとき  $m(T, H)$  が  $m \rightarrow \infty$  となりそうだ。しかし、  $H$  がそれほど大きくないとき、  $r_1^2$  が負になる場合もありそうだ。この付近が臨界点と考えられそうである。このように面白い感じになってきたのだが、現在までの解析はここまでである。今後の展開を期待して頂きたい。

最後に、相転移の統計力学で用いられる標準的なアプローチを簡単に説明したい; 今後の課題と受け取って頂きたい。主要なものとして、平均場近似と長距離相互作用モデルがある (詳しくは、Tasaki, 2007)。前者では、個々の物質同士の相互作用ポテンシャルをある注目したスピン変数  $\sigma_0$  だけを用いて表し、ハミルトニアンを  $E_{\sigma_0} = -(J \sum_{i=1}^{z=2d} \sigma_i + \mu_0 H) \sigma_0 = -(zJ\psi + \mu_0 H) \sigma_0$  と近似できるところを出発点とする。  $d$ : 次元、  $\mu_0 H$ : 外部磁場の強さで、  $J$  は交換相互作用定数で強磁性体の場合は正値をとる。これを基にカノニカル分布を仮定して得られる  $\sigma_0$  の平均値が  $\psi$  に等しいという条件から、  $\psi = \tanh(\beta z J \psi + \beta \mu_0 H)$  なるセルフコンシステント方程式が得られる。この関係式を臨界点  $\beta = \beta_{mf} = 1/zJ$  (逆温度) 近傍で解析することにより、磁化  $m(\beta, H)$  の相転移が起こることが示される。長距離相互作用モデルでは、先マクロの問題であるが、大域的な電場の緩和時間は大域的な (背景の) 電子密度で定義されるはずだという直感に基づく。

<sup>\*22</sup>本来なら  $T \rightarrow T_{cr}$  で  $m$  が発散するべきであるが、この手の単純な解析では (光学観測の測定限界から規定される)  $T_{cr}$  を理論に含めることは困難である。統計力学におけるイジング模型でも、臨界温度  $T_{cr}$  でなく  $T \rightarrow 0$  のとき相転移に至るような定式化がまずなされた。

ほどと異なりすべてのスピンの相互作用をまじめに考えるわけだが、総和  $\Psi = \sum_{i=1}^N \sigma_i$  における  $N$  が十分大きいことを利用して分配関数を導出する。分配関数が積分形で導出され、その核部の最大値を用いて自由エネルギーを導出する; これは経路積分における半古典近似的なものであり、ルジャンドル変換  $f^{LR}(\beta, H) = \min_{-1 \leq \psi \leq 1} \{ \tilde{f}(\beta, H) - \mu_0 H \psi \}$  ( $\psi = \Psi/N$ ) が自然に出てくる。この自由エネルギーの  $\{ \}$  部の最小値条件から平均場と全く同じセルフコンシステント方程式が導かれ、相転移の解析ができる。筆者の今後の目標は、上で求めたヘイローに対する  $m(T, H)$  を導くようなハミルトニアン、あるいは自由エネルギー  $F$  の表式を導出することである。平衡統計・熱力学において最もパワフルな性質である  $F$  (当然、発光強度  $m$  にも反映されるべき) の示量性、示強性、相加性などを意識しながら、解析を行っていきたいと考えている。

## 5 最後に

長々と書いてきたが、スプライト一つとってみてもどういう物理を用いて "切り出す" かによってその多彩な色合いが見えてくるということ強く主張したい。今回紹介しなかった化学反応という側面でも未解明な問題がある。この一見人が「何じゃそりゃ」と言いそうなテーマを選んだのは、偶然によるところが大きい。強いて言えば、僕が研究室に入ったとき、オーロラや大気をやっていた方が多く「"かぶる" からやめよう」というのがきっかけだ。また、現在痛感していることとして (自然現象全般に言えることだが) 記述すべき道具と知識が圧倒的に不足している点に気づかされる。同時に、数理物理屋が黒板にかりかりやって議論している様を見れば、圧倒的な劣等感を感じるようになった。この言葉にならないギャップや劣等感、あるいは、世の中何とかしないといけないう感覚、それらの芽生えが研究の始まりであり、駆動源になっているのかもしれない。少なくとも僕は昔以上に、ある程度の緊張感の基で楽

しく研究できるようになった気がする。理論屋にとって、理論とは単なる現実（事実）の記録のためでなく、本質の抽出のためにあり、逆に現実とはそれを補うための脇役にしか過ぎないことを主張して、本稿を終わりたい。

## 参考文献

- Cummer, S. A., and W. A. Lyons, Implications of lightning charge moment changes for sprite initiation, *J. Geophys. Res.*, **110**, A04304, doi:10.1029/2004JA010812, 2005.
- Cummer, S. A., N. Jaugey, J. Li, W. A. Lyons, T. E. Nelson, and E. A. Gerken, Submillisecond imaging of sprite development and structure, *Geophys. Res. Lett.*, **33**, L04104, doi:10.1029/2005GL024969, 2006.
- Hayakawa, M., D. I. Iudin, E. A. Mareev, and V. Y. Trakhtengerts, Cellular automaton modeling of mesospheric optical emissions: Sprites, *Phys. Plasmas*, **14**, 042902, 2007.
- Hiraki, Y., and H. Fukunishi, Theoretical criterion of charge moment change by lightning for initiation of sprites, *J. Geophys. Res.*, **111**, A11305, doi:10.1029/2006JA011729, 2006.
- Moudry, D., H. Stenbaek-Nielsen, D. D. Sentman, E. Wescott, Imaging of elves, halos and sprite initiation at 1ms time resolution, *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.*, **65**, 509–518, 2003.
- Ohkubo, A., H. Fukunishi, Y. Takahashi, and T. Adachi, VLF/ELF spheric evidence for in-cloud discharge activity producing sprites, *Geophys. Res. Lett.*, **32**, L04812, doi:10.1029/2004GL021943, 2005.
- Pasko, V. P., U. S. Inan, and T. F. Bell, Fractal structure of sprites, *Geophys. Res. Lett.*, **27**, 497–500, 2000.
- Pasko, V. P., U. S. Inan, T. F. Bell, and Y. N. Taranenko, Sprites produced by quasi-electrostatic heating and ionization in the lower ionosphere, *J. Geophys. Res.*, **102**, 4529–4561, 1997.
- Raizer, Y. P., *Gas Discharge Physics*, 1st ed., Springer-Verlag, New York, 1991.
- van der Velde, O. A., A. Mika, S. Soula, C. Haldoupis, T. Neubert, and U. S. Inan, Observations of the relationship between sprite morphology and in-cloud lightning processes, *J. Geophys. Res.*, **111**, D15203, doi:10.1029/2005JD006879, 2006.
- 田崎晴明, 統計力学, <http://www.gakushuin.ac.jp/~881791/d/>, 2007.